Chapitre 5 : Proportionnalité, pourcentages, échelles, vitesse moyenne. (livre p.146)

Je vais apprendre à:
- Reconnaître et exploiter une situation de proportionnalité, de pourcentages (socle 5)
- Calculer et utiliser une vitesse moyenne (socle 8)

I. Définition, méthodes de calcul.

Def 1 : Un tableau à deux lignes est un tableau de proportionnalité lorsque l'on « passe » de la 1° à la 2° ligne en multipliant tous les nombres de la première ligne par le même coefficient.
Ce coefficient peut être relatif, décimal, fractionnaire... On l'appelle coefficient de proportionnalité.

Méthode 1 : **Calcul du coefficient de proportionnalité**.
Ce coefficient est le **quotient commun** des nombres de la seconde ligne par ceux de la première.

On a donc : $\text{coefficient de proportionnalité } = \dfrac{\text{nombre du bas}}{\text{nombre du haut}}$.

Exemple :

Poids de tomates acheté (kg)	2	5	7	3
Prix à payer (Euros)	3	7,5	10,5	4,5

$\boxed{\times 1{,}5}$

Dans cet exemple, le coefficient de proportionnalité est le prix au kg. $k = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$.

Remarque1 : on peut aussi voir un tableau de proportionnalité comme des écritures fractionnaires égales, qui ont toutes la même valeur.

Ici, on a $\dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{7{,}5} = \dfrac{7}{10{,}5} = \dfrac{3}{4{,}5}$. Cependant, calculer une écriture fractionnaire aboutit souvent sur une valeur approchée, donc sur une approximation.

Pté 1 : Produits en croix.(démontrée)
Quels que soient les nombres a, b, x, y on a :

$$\text{Si } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{x}{y}, \text{ alors } \mathrm{a} \times \mathrm{y} = \mathrm{b} \times \mathrm{x}$$

$$\text{Si } \mathrm{a} \times \mathrm{y} = \mathrm{b} \times x, \text{ alors } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{x}{y}$$

On peut utiliser cette propriété pour calculer des nombres dans un tableau de proportionnalité, en affet dire que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{x}{y}$ équivaut à dire que

a	x
b	y

est un tableau de proportionnalité.

Méthode 2 : **Déterminer une « quatrième proportionnelle »**

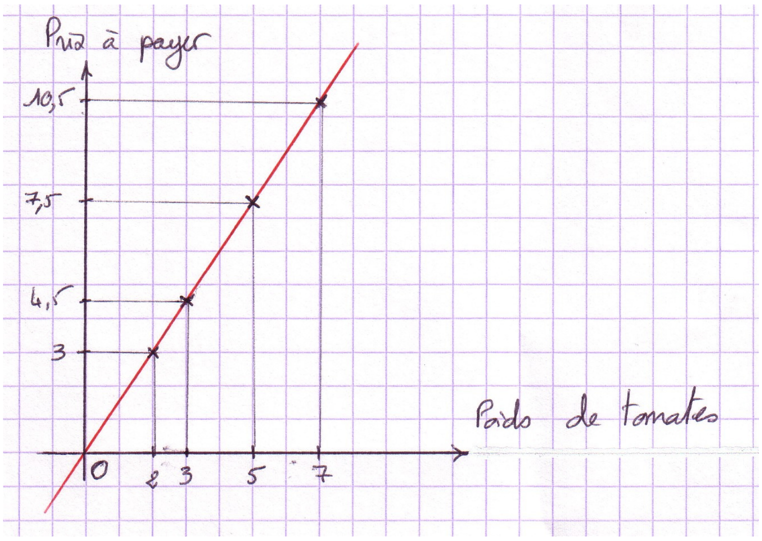
x	39
3	13

(*démonstration à partir du produit en croix*)
Si, dans un tableau de proportionnalité, on a une colonne « où l'on connaît tout » et une colonne « où il manque un nombre », on peut écrire les colonnes côte à côte au brouillon, et calculer le nombre manquant par : $x = \dfrac{\text{produit des deux nombres "de la diagonale"}}{\text{troisième nombre}}$

Dans notre exemple : $x = \dfrac{3 \times 39}{13} = 9$.

II. Interprétation graphique.

Pté 2 (admise):
Si on place sur un graphique les points qui correspondent à un tableau de <u>proportionnalité</u>, on obtient des points alignés sur une <u>droite qui passe par l'origine</u>.
Réciproquement, une droite qui passe par l'origine représente toujours une proportionnalité.



III. Echelles.

Def 2 : Sur un plan « à l'échelle », les distances réelles et les distances sur le plan sont proportionnelles. L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

<u>Exemple :</u> Dire qu'une maquette est « au $\frac{1}{1000}$ » signifie que 1cm sur la maquette représente 1000cm (10m) dans la réalité.

<u>Méthode 3</u> : calculer la distance sur le plan connaissant la distance réelle :
$$\text{distance sur le plan} = \text{distance réelle} \times \text{échelle}.$$

<u>Méthode 4</u> : calculer la distance réelle connaissant la distance sur le plan :
$$\text{distance réelle} = \text{distance sur le plan} \div \text{échelle}.$$

IV. Vitesse moyenne .

<u>Méthode 5</u> : En physique, **le mot « par » dans le nom d'une unité signifie « ÷ »**.
Exemple : les km <u>par</u> heure sont obtenus en <u>divisant</u> des km par des heures : $km/h = \frac{km}{h} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$ (il s'agit de la vitesse moyenne).

Pté 3 (démontrée):
$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \; ; \; \text{temps} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} \; ; \; \text{distance} = \text{vitesse} \times \text{temps}.$$

<u>Remarque 1:</u> Si la distance est en mètres et le temps en secondes, la vitesse sera en m/s

Remarque 2 : Si la vitesse est constante (mouvement uniforme), le temps et la distance parcourue sont proportionnels.

V. Pourcentages

Def 3 : Quel que soit le nombre x,

$x\%$ signifie "x centièmes" ou encore $\frac{x}{100}$

Exemples : Pourcentages écrites sous forme décimale.

$$18\% = \frac{18}{100} = 0{,}18$$

$$45{,}7\% = \frac{45{,}7}{100} = 0{,}457$$

$$5{,}41\% = \frac{5{,}41}{100} = 0{,}0541$$

Pté 4 (démontrée) :

$$\text{écriture en } \% \underset{\times 100}{\overset{\div 100}{\rightleftarrows}} \text{écriture décimale en } 0,....$$

Rappel : Diviser par 100, c'est déplacer la virgule de 2 rangs vers la gauche (pour multiplier, c'est vers la droite). N.B. :Dans un nombre « sans virgule », la virgule est à la fin.

Méthode 6: Calculer « x % de… » :

Dans un énoncé de problème, **le mot « de » signifie en général « × »**.

« 45,7% de 980 » signifie $45{,}7 \times 980 = 0{,}457 \times 980 = 447{,}86$.

Méthode 7 : Exprimer **un nombre comme pourcentage d'un autre**.

Exemple : exprimer 83,2 comme un pourcentage de 325.

On calcule $\begin{cases} \text{la partie} \rightarrow \\ \text{le tout} \rightarrow \end{cases} \frac{83{,}2}{325} = 0{,}256$, on obtient le pourcentage sous forme décimale.

0,256 → 0,256×100 = 25,6%

Méthode 8 : Ajouter ou soustraire x %.

On écrit le pourcentage sous forme décimale, puis on multiplie le nombre par (1 + le pourcentage) ou (1 – le pourcentage).

Exemple : Soit le nombre 328.

328 « + 15 % » se calcule : $328 \times (1 + 0{,}15) = 377{,}2$

328 « - 15 % » se calcule : $328 \times (1 - 0{,}15) = 278{,}8$